

**ОЧНЫЙ ОТБОРОЧНЫЙ ТУР. РЕШЕБНИК.**  
**ЗАДАЧИ 7 класс.**

**Время выполнения 180 минут**

**Всего за задачи 100 баллов**

**КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ**

Решение каждой задачи должно быть выполнено максимально подробно, поскольку итоговая оценка учитывает то, какой процент приведенного решения является верным. Верным должно признаваться любое корректное решение приведенной задачи, независимо от того, насколько оно совпадает с авторским. Более подробные и полные решения оцениваются большим количеством баллов. Если жюри приходит к выводу, что задача скорее решена, чем не решена, то оценка должна быть больше половины от максимально возможной, в противном случае — меньше. Рекомендуется присваивать баллы за каждый шаг в решении задачи.

Арифметические ошибки не должны приводить к существенному сокращению баллов, поскольку на олимпиаде, в первую очередь, проверяется не умение хорошо считать, а умение нестандартно мыслить. При наличии ошибки нужно найти ее и снизить балл исходя из степени ее существенности.

**Задача 1 (20 баллов) Мишины мыши.**

В 2019 году, из летней командировки в Китай, Мишина мама привезла ему в подарок фарфоровую фигурку мышки. Миша собирает коллекцию фигурок знаков зодиака. Мама заплатила за эту фигурку 10 юаней. Летом курс 1 юаня к рублю составлял 9,5 рублей.

1) Сколько рублей заплатила мама за фигурку? В феврале Мишина мама поедет в очередную командировку, в Китай и Миша попросил её купить ещё три такие фигурки в подарок своим друзьям, т.к. 2020 год – год Белой Металлической Крысы. За это время курс рубля по отношению к юаню понизился на 5%. 2) Сколько рублей должен взять Миша в своей копилке и дать маме на покупку подарков друзьям, если цена за фигурку в Китае осталась прежней?

Решение:

1) Найдем цену фигурки в рублях летом 2019 года:  $P = 10 * 9,5 = 95$  рубля. (другой вариант решения: 1 рубль =  $1/9,5 = 10/95$  юаня. Цена фигурки  $P = 10 : 10/95 = 95$  рубля) (5 баллов)

2) Найдем новый курс 1 юаня: 1 юань =  $9,5/0,95 = 10$  рублей. (10 баллов). Новая цена одной мышки в рублях  $P = 10 * 10 = 100$  рублей. (или новый курс рубля 1 руб =  $10/95 * 0,95 = 0,1$  юаня. Новая цена фигурки мышки  $P = 10 : 0,1 = 100$  рублей) (3 балла) Стоимость 3 фигурок =  $100 * 3 = 300$  рублей. (2 балла)

Ответ: 1) мама заплатила 95 рублей; 2) Миша должен взять в копилке 300 рублей.

### Задача 2 (20 баллов) Сибирские абрикосы.

Молодой фермер Иван Ягодкин выделил на своей земле участок 60 кв. м под сад. Изучив специальную литературу, он выбрал для посадки два сорта зимостойких абрикосов для выращивания в Сибири: «Снегирёк» и «Юбилейный», но у него возник вопрос по поводу плотности посадки саженцев. Если высадить один саженец сорта «Снегирёк» на площади 5 кв. м., то урожайность с этого деревца составит 18 кг. Если под посадку саженца «Юбилейный» использовать 3 кв. м, то можно собрать 13 кг абрикосов с деревца, а если посадить каждый саженец любого сорта на площади 1,5 кв. м, то урожай не превысит 9 кг с одного деревца. Иван Ягодкин планирует 75% собранного урожая продать. 1) Помогите молодому фермеру выбрать правильный вариант посадки зимостойких абрикосов. (13 баллов) 2) Сколько денег заработает Иван Ягодкин, если рыночная цена сибирских абрикосов 315 рублей за килограмм? (7 баллов).

Решение:

1) Наилучшим вариантом посадки будет такой вариант, который позволит собрать наибольший абрикосов. Для удобства представим данные в виде таблицы:

Плотность посадки	Урожайность с одного саженца	Количество саженцев	Урожай со всех саженцев
5 кв. метра	18 кг	$60/5 = 12$ кустов	$18 * 12 = 216$ кг
3 кв. метра	13 кг	$60/3 = 20$ кустов	$13 * 20 = 260$ кг
1,5 кв. метра	9 кг	$60/1,5 = 40$ кустов	$9 * 40 = 360$ кг

(За расчет количества посаженных саженцев по 2 балла, за расчет общей урожайности по 2 балла. Итого  $2*3+2*3 = 12$  баллов)

Лучший вариант посадки: 1 саженец на 1,5 кв. м., урожай составит  $Q = 360$  кг. (1 балл)

2) а) Иван Ягодкин продаст  $(360 * 0,75) = 270$  кг абрикосов (4 балла)

б) Выручка от продажи урожая составит  $TR = 270 * 315 = 85050$  рублей. (3 балла)

Ответ: 1) Лучший вариант посадки: 1 саженец на 1,5 кв. м; 2) Выручка от продажи абрикосов составит 85050 рублей.

### Задача 3. Туманные деньги (20 баллов)

Банк «Туманный» выделил некоторую сумму денег для выдачи кредитов трем бизнесменам сроком на один год. А.Б. Ветренный получил кредит в размере 35% от выделенной суммы под 40% годовых. В.Г. Немудрый было выдано 40% от оставшейся суммы под 35% годовых. Остаток выделенной суммы получил Д.Е. Грызидуб. Через год, когда кредиты были погашены, оказалось, что банк получил прибыль в размере 27,78%. Рассчитайте, под какой процент годовых был выдан кредит бизнесмену Д.Е. Грызидубу.

Решение:

Пусть  $S$  - сумма, выделенная банком на кредиты трём бизнесменам.

Тогда Ветренный был выдан кредит в размере  $0,35S$ . (2 балла).

Немудрый получил кредит в размере  $(S - 0,35S) \cdot 0,40 = 0,26S$  (2 балла), а Грызидуб достался кредит в размере  $S - 0,35S - 0,26S = 0,39S$ . (2 балла).

Теперь посчитаем, какую прибыль получил банк, предоставляя кредиты бизнесменам.

От Ветренного банк получит  $0,35S \cdot 0,4 = 0,14S$  (3 балла),

от Немудрого он получит  $0,26S \cdot 0,35 = 0,091S$  (3 балла),

а от Грызидуба банк получит  $0,39S\alpha$ , где  $\alpha$  — это процент, под который был выдан кредит фирме С (в долях). (3 балла)

Суммарная прибыль равна  $0,14S + 0,091S + 0,39S\alpha$  и она же равна  $0,2778S$ . (3 балла).  
Получаем уравнение, из которого находим, что  $\alpha = 0,12$ , что составляет 12%. (2 балла)

Ответ: 12%

Критерии:

*За расчет суммы кредита, выданного каждой фирме – 6 баллов.*

*За расчет дохода, полученного от каждой фирмы – 9 баллов.*

*За составление уравнения для определения процента по кредиту Сидорова - 3 балла.*

*За решение уравнения и формулировка ответа в процентах – 2 балла*

#### **Задача 4. Бизнес на пенсии. (20 баллов)**

Пенсионерка Марья Ивановна имеет в собственности два земельных участка, один площадью 6 соток, второй площадью 4 сотки. Она решила их использовать в качестве дополнительного источника доходов путем продажи выращенной продукции на рынке. Пенсионерка возделывает оба участка уже не первый год и знает, что каждый из них дает хороший урожай капусты и моркови.

С первого участка с одной сотки можно собрать 125 кг капусты или 180 кг моркови, а со второго – 75 кг капусты или 100 кг моркови. Марья Ивановна планирует продавать капусту по цене 50 руб/кг, а морковь – 35 руб/кг.

Как выгоднее Марье Ивановне использовать земельные участки для выращивания овощей? (10 баллов)

Какой наибольший доход сможет получить пенсионерка от продажи овощей? (10 баллов)

**Решение:**

**Вариант 1.**

На первом участке можно с 1 сотки собирать либо 125 кг капусты и получать 6250 рублей, либо 180 кг моркови и получать 6300 рублей. На втором участке можно с 1 сотки собирать либо 75 кг капусты и получать 3750 рублей, либо 100 кг моркови и получать 3500 рублей. Таким образом, на первом участке выгоднее посадить морковь, а на втором – капусту. **(за верный вывод, имеющий в основании расчеты 10 баллов)**

Тогда наибольший доход будет равен  $6 \cdot 180 \cdot 35 + 4 \cdot 75 \cdot 50 = 37800 + 15000 = 52800$  руб. (10 баллов)

**Вариант 2**

	Капуста	Морковка	Альт. стоимость капусты	Альт. стоимость моркови
Участок 1	125	180	1,44	0,69
Участок 2	75	100	0,75	1,33

Исходя из расчетов альтернативной стоимости можно сделать вывод, что капусту следует выращивать на втором участке, а морковь на первом. **(за верный вывод, имеющий в основании расчеты 10 баллов)**

Тогда, наибольший доход будет составлять:  $6 \cdot 180 \cdot 35 + 4 \cdot 75 \cdot 50 = 37800 + 15000 = 52800$  руб. (10 баллов)

**Ответ: на первом участке выгоднее посадить морковь, а на втором – капусту; 52800 рублей.**

### Задача 5. К бабушке. (20 баллов)

На лето Вася Зайцев собирается поехать к бабушке. Бабушка Васи проживает в городе Иркутске, а сам Вася в городе Новосибирске. Добраться до бабушки возможно на поезде или на самолете. Васе 5 лет, стоимость билета для него составляет 35 % от стоимости взрослого билета на поезд и 30% от взрослого билета на самолет. Мама может отвезти Васю к бабушке, взяв на работе неоплачиваемый отпуск. Заработная плата мамы в день составляет 1500 рублей.

В таблицах приведены возможные варианты выбора авиа и ж/д билетов до Иркутска.

Дата отправления	Дата прибытия	Стоимость ж/д билетов
01.06 01:11	02.06 07:26	6115 рублей
02.06 17:37	04.06 03:24	6694 рублей
04.06 21:46	06.06 02:43	5459 рублей

Дата поездки	Стоимость авиабилетов
01.06	7263 рубля
02.06	7414 рублей
04.06	6826 рублей

Время авиаперелета 2 часа 25 минут.

Определите, какой способ передвижения из Новосибирска в Иркутск наиболее выгоден для Васи с мамой, с учетом того, что в дни пути, мама работать не может.

**Решение:**

- 1) Рассчитаем полную стоимость билета на поезде и самолете для каждой даты:

01.06: авиабилет:  $7263 + 7263 \cdot 0,3 = 9441,9$ ; ж/д билет:  $6115 + 6115 \cdot 0,35 = 8255,25$   
**(2 балла)**

02.06: авиабилет:  $7414 + 7414 \cdot 0,3 = 9638,2$ ; ж/д билет:  $6694 + 6694 \cdot 0,35 = 9036,9$  **(2 балла)**

04.06: авиабилет:  $6826 + 6826 * 0,3 = 8873,8$ ; ж/д билет:  $5459 + 5459 * 0,35 = 7369,65$ .

**(2 балла)**

2) Исходя из условий задачи, определим, сколько суток задействованы на дорогу для каждого варианта проезда.

Поезд: 01.06: 2 дня; 02.06: 3 дня; 04.06: 3 дня **(1 балл)**

На самолете мама тратит 1 день, не зависимо от рейса и даты

3) Рассчитаем упущенную выгоду:

На поезде:

01.06:  $2 \text{ дня} * 1500 \text{руб/день} = 3000 \text{ рублей}$ ; **(2 балла)**

02.06:  $3 \text{ дня} * 1500 \text{руб/день} = 4500$ ; **(2 балла)**

04.06:  $3 \text{ дня} * 1500 \text{руб/день} = 4500$ . **(2 балла)**

На самолете:

$1 \text{ день} * 1500 \text{руб/день} = 1500 \text{ рублей}$  **(1 балл)**

4) С учетом пункта 1 и 3 рассчитаем полные затраты семьи Зайцевых

Дата	На самолете	На поезде
01.06	$9441,9 + 1500 = 10\ 941,9$	$8255,25 + 3000 = 11\ 255,25$
02.06	$9638,2 + 1500 = 11\ 138,2$	$9036,9 + 4500 = 13\ 536,9$
04.06	$8873,8 + 1500 = 10\ 373,8$	$7369,65 + 4500 = 11\ 869,65$

По таблице видно, что наиболее выгодный вариант отправиться в дорогу на самолете отправляющимся 04.06. **(6 баллов, за вывод, основанный на расчетах)**

Ответ: самолет 04.06

## ОЧНЫЙ ОТБОРОЧНЫЙ ТУР. РЕШЕБНИК.

### ЗАДАЧИ 8 класс.

**Время выполнения 180 минут**

**Всего за задачи 100 баллов**

#### Задача 1 (20 баллов) Мишины мыши.

В 2019 году, из летней командировки в Китай, Мишина мама привезла ему в подарок фарфоровую фигурку мышки. Миша собирает коллекцию фигурок знаков зодиака. Мама заплатила за эту фигурку 10 юаней. Летом курс 1 юаня к рублю составлял 9,5 рублей.

1) Сколько рублей заплатила мама за фигурку? В феврале Мишина мама поедет в очередную командировку, в Китай и Миша попросил её купить ещё три такие фигурки в подарок своим друзьям, т.к. 2020 год – год Белой Металлической Крысы. За это время курс рубля по отношению к юаню понизился на 5%. 2) Сколько рублей должен взять Миша в своей копилке и дать маме на покупку подарков друзьям, если цена за фигурку в Китае осталась прежней?

#### Решение:

1) Найдем цену фигурки в рублях летом 2019 года:  $P = 10 * 9,5 = 95 \text{ рубля}$ . (другой вариант решения:  $1 \text{ рубль} = 1/9,5 = 10/95 \text{ юаня}$ . Цена фигурки  $P = 10 : 10/95 = 95 \text{ рубля}$ ) **(5 баллов)**

2) Найдем новый курс 1 юаня: 1 юань =  $9,5/0,95 = 10$  рублей. (10 баллов). Новая цена одной мышки в рублях  $P = 10 * 10 = 100$  рублей. (или новый курс рубля 1 руб =  $10/95 * 0,95 = 0,1$  юаня. Новая цена фигурки мышки  $P = 10 : 0,1 = 100$  рублей) (3 балла) Стоимость 3 фигурок =  $100 * 3 = 300$  рублей. (2 балла)

Ответ: 1) мама заплатила 95 рублей; 2) Миша должен взять в копилке 300 рублей.

### **Задача 2. Как стать блогером (20 баллов)**

Пес Шарик, глядя на успехи в бизнесе кота Матроскина, решил стать известным блогером и зарабатывать деньги через Интернет. Для старта в бизнесе ему потребуется качественное оборудование: видеокамера, микрофон, штатив. Общая стоимость оборудования 20000 рублей. Также он планирует потратить 1000 рублей на рекламу.

Необходимую сумму Шарик решил заработать на продаже вяленой рыбы отдыхающим в Простоквашино. Ловить, вялить и продавать рыбу он будет самостоятельно. Изучив рыночные цены, Шарик понял, что сможет продавать вяленую рыбу по цене – 300 руб./кг.

1) Какой должен быть совокупный улов Шарика, чтобы начать собственный бизнес, если содержание воды в сырой рыбе составляет 70%, а в вяленой – 40%?

2) Сколько времени ему потребуется для заработка нужной суммы, если считать, что Шарик продает в среднем 14 кг рыбы в неделю? (Возможными издержками времени, денег для производства и продажи рыбы можно пренебречь).

### **Решение.**

1. Необходимая сумма для старта в бизнесе  $20000 + 1000 = 21000$  рублей. Вычислим, сколько вяленой рыбы необходимо продать Шарик, чтобы заработать эту сумму:  $21000 / 300 = 70$  кг. (5 баллов)

2. Содержание воды в вяленой рыбе составляет 40%, значит сухая масса в вяленой рыбе составляет 60%. Найдем сухую массу в 70 кг рыбы:  $70 * 0,6 = 42$  кг. (5 баллов)

3. Содержание воды в сырой рыбе составляет 70%, значит сухая масса в сырой рыбе составляет  $100 - 70 = 30\%$  и равна 42 кг. Следовательно, можно найти количество рыбы, которую нужно поймать:  $42 / 0,3 = 140$  кг (5 баллов)

4. Поскольку Шарик продает в среднем 14 кг вяленой рыбы в неделю, то ему потребуется  $70 / 14 = 5$  недель (или 35 дней) для заработка нужной суммы денег. (5 баллов)

**Ответ: 140 кг; 5 недель (35 дней).**

### **Задача 3. Рынок сгущенного молока (20 баллов)**

Начинающий студент экономического факультета НГУ Р.А. Вновесов, провел экономическое исследование рынка сгущённого молока в г. Бердске. В таблице приведены данные о рынке, которые ему удалось собрать.

№*	Цена (рублей)	Количество банок сгущ. молока, которые группы покупателей готовы приобретать по любой цене не выше указанной (тыс. банок)	Количество банок сгущ. молока, которые группы продавцов готовы продавать по любой цене не ниже указанной (тыс. банок)
1	38	90	20
2	45	73	43
3	52	56	54
4	59	39	63
5	66	22	80

№\* номер группы покупателей или номер группы продавцов

Используя характеристики в таблице, помогите Р.А.Вновесову выполнить необходимые расчеты и дописать курсовую работу:

а) Составьте шкалу спроса и предложения; **(10 баллов)**

б) Определите, что характерно для данного рынка - излишек или дефицит, если рыночная цена на банку «сгущенки» составляет 45 рублей? Каков их объём? (3 балла)

в) Если рыночная цена на банку сгущенного молока составляет 59 рубля, что в этом случае будет характерно для данного рынка - излишек или дефицит? Определите их объём? (3 балла)

г) Чему равна равновесная цена на этом рынке? (4 балла)

**Решение:**

а)

Шкала спроса	
P	Qd
$0 < P \leq 38$	$90+73+56+39+22=280$
$38 < P \leq 45$	$73+56+39+22=190$
$45 < P \leq 52$	$56+39+22=117$
$52 < P \leq 59$	$39+22=61$
$59 < P \leq 66$	22

Шкала предложения	
P	Qs
$38 \leq P < 45$	20
$45 \leq P < 52$	$20+43=63$
$52 \leq P < 59$	$20+43+54=117$
$59 \leq P < 66$	$20+43+54+63=180$
$P \geq 66$	$20+43+54+63+80=260$

**(10 баллов)**

б) При  $P=45$   $Qd=190$  а  $Qs=63$ , значит на рынке будет дефицит товара. Дефицит составит  $190-63=127$  (тыс. банок) **(3 балла)**

в) При  $P=59$   $Qd=61$  а  $Qs=180$ , значит на рынке будет избыток товара. Избыток составит  $180-61=119$  (тыс. банок) **(3 балла)**

г) Равновесная цена на этом рынке составляет 52 рубля, при объёме 117 тыс. банок в год. **(4 балла)**

**Задача 4. Туманные деньги (20 баллов)**

Банк «Туманный» выделил некоторую сумму денег для выдачи кредитов трем бизнесменам сроком на один год. А.Б. Ветренный получил кредит в размере 35%

от выделенной суммы под 40% годовых. В.Г. Немудрый было выдано 40% от оставшейся суммы под 35% годовых. Остаток выделенной суммы получил Д.Е. Грызидуб. Через год, когда кредиты были погашены, оказалось, что банк получил прибыль в размере 27,78%. Рассчитайте, под какой процент годовых был выдан кредит бизнесмену Д.Е. Грызидубу.

**Решение:**

Пусть  $S$  - сумма, выделенная банком на кредиты трём бизнесменам. Тогда Ветренный был выдан кредит в размере  $0,35S$ . (2 балла).

Немудрый получил кредит в размере  $(S - 0,35S) \cdot 0,40 = 0,26S$  (2 балла), а Грызидуб достался кредит в размере  $S - 0,35S - 0,26S = 0,39S$ . (2 балла).

Теперь посчитаем, какую прибыль получил банк, предоставляя кредиты бизнесменам.

От Ветренного банк получит  $0,35S \cdot 0,4 = 0,14S$  (3 балла),

от Немудрого он получит  $0,26S \cdot 0,35 = 0,091S$  (3 балла),

а от Грызидуба банк получит  $0,39S\alpha$ , где  $\alpha$  — это процент, под который был выдан кредит фирме С (в долях). (3 балла)

Суммарная прибыль равна  $0,14S + 0,091S + 0,39S\alpha$  и она же равна  $0,2778S$ . (3 балла).  
Получаем уравнение, из которого находим, что  $\alpha = 0,12$ , что составляет 12%. (2 балла)

Ответ: 12%

**Критерии:**

*За расчет суммы кредита, выданного каждой фирме – 6 баллов.*

*За расчет дохода, полученного от каждой фирмы – 9 баллов.*

*За составление уравнения для определения процента по кредиту Сидорова - 3 балла.*

*За решение уравнения и формулировка ответа в процентах – 2 балла*

**Задача 5 (20 баллов) Сибирские абрикосы.**

Молодой фермер Иван Ягодкин выделил на своей земле участок 60 кв. м под сад. Изучив специальную литературу, он выбрал для посадки два сорта зимостойких абрикосов для выращивания в Сибири: «Снегирёк» и «Юбилейный», но у него возник вопрос по поводу плотности посадки саженцев. Если высадить один саженец сорта «Снегирёк» на площади 5 кв. м., то урожайность с этого деревца составит 18 кг. Если под посадку саженца «Юбилейный» использовать 3 кв. м, то можно собрать 13 кг абрикосов с деревца, а если посадить каждый саженец любого сорта на площади 1,5 кв. м, то урожай не превысит 9 кг с одного деревца. Иван Ягодкин планирует 75% собранного урожая продать. 1) Помогите молодому фермеру выбрать правильный вариант посадки зимостойких абрикосов. (13 баллов) 2) Сколько денег заработает Иван Ягодкин, если рыночная цена сибирских абрикосов 315 рублей за килограмм? (7 баллов).

**Решение:**



1) Наилучшим вариантом посадки будет такой вариант, который позволит собрать наибольший абрикосов. Для удобства представим данные в виде таблицы:

Плотность посадки	Урожайность с одного саженца	Количество саженцев	Урожай со всех саженцев
5 кв. метра	18 кг	$60/5 = 12$ кустов	$18 * 12 = 216$ кг
3 кв. метра	13 кг	$60/3 = 20$ кустов	$13 * 20 = 260$ кг
1,5 кв. метра	9 кг	$60/1,5 = 40$ кустов	$9 * 40 = 360$ кг

(За расчет количества посаженных саженцев по 2 балла, за расчет общей урожайности по 2 балла. Итого  $2 * 3 + 2 * 3 = 12$  баллов)

Лучший вариант посадки: 1 саженец на 1,5 кв. м., урожай составит  $Q = 360$  кг. (1 балл)

2) а) Иван Ягодкин продаст  $(360 * 0,75) = 270$  кг абрикосов (4 балла)

б) Выручка от продажи урожая составит  $TR = 270 * 315 = 85050$  рублей. (3 балла)

Ответ: 1) Лучший вариант посадки: 1 саженец на 1,5 кв. м; 2) Выручка от продажи абрикосов составит 85050 рублей.

## ОЧНЫЙ ОТБОРОЧНЫЙ ТУР. РЕШЕБНИК. ЗАДАЧИ 9 класс.

**Время выполнения 180 минут**

**Всего за задачи 100 баллов**

### Задача 1. Рынок сгущенного молока (20 баллов)

Начинающий студент экономического факультета НГУ Р.А. Вновесов, провел экономическое исследование рынка сгущенного молока в г. Бердске. В таблице приведены данные о рынке, которые ему удалось собрать.

№*	Цена (рублей)	Количество банок сгущ. молока, которые группы покупателей готовы приобретать по любой цене не выше указанной (тыс. банок)	Количество банок сгущ. молока, которые группы продавцов готовы продавать по любой цене не ниже указанной (тыс. банок)
1	38	90	20
2	45	73	43
3	52	56	54
4	59	39	63
5	66	22	80

№\* номер группы покупателей или номер группы продавцов

Используя характеристики в таблице, помогите Р.А.Вновесову выполнить необходимые расчеты и дописать курсовую работу:

а) Составьте шкалу спроса и предложения; **(10 баллов)**

б) Определите, что характерно для данного рынка - излишек или дефицит, если рыночная цена на банку «сгущенки» составляет 45 рублей? Каков их объём? (3 балла)

в) Если рыночная цена на банку сгущенного молока составляет 59 рубля, что в этом случае будет характерно для данного рынка - излишек или дефицит? Определите их объём? (3 балла)

г) Чему равна равновесная цена на этом рынке? (4 балла)

**Решение:**

а)

Шкала спроса	
P	Qd
$0 < P \leq 38$	$90+73+56+39+22=280$
$38 < P \leq 45$	$73+56+39+22=190$
$45 < P \leq 52$	$56+39+22=117$
$52 < P \leq 59$	$39+22=61$
$59 < P \leq 66$	22

Шкала предложения	
P	Qs
$38 \leq P < 45$	20
$45 \leq P < 52$	$20+43=63$
$52 \leq P < 59$	$20+43+54=117$
$59 \leq P < 66$	$20+43+54+63=180$
$P \geq 66$	$20+43+54+63+80=260$

**(10 баллов)**

б) При  $P=45$   $Qd=190$  а  $Qs=63$ , значит на рынке будет дефицит товара.

Дефицит составит  $190-63=127$  (тыс. банок) **(3 балла)**

в) При  $P=59$   $Qd=61$  а  $Qs=180$ , значит на рынке будет избыток товара.

Избыток составит  $180-61=119$  (тыс. банок) **(3 балла)**

г) Равновесная цена на этом рынке составляет 52 рубля, при объёме 117 тыс. банок в год. **(4 балла)**

**Задача 2 (20 баллов) Мишины мыши.**

В 2019 году, из летней командировки в Китай, Мишина мама привезла ему в подарок фарфоровую фигурку мышки. Миша собирает коллекцию фигурок знаков зодиака. Мама заплатила за эту фигурку 10 юаней. Летом курс 1 юаня к рублю составлял 9,5 рублей.

1) Сколько рублей заплатила мама за фигурку? В феврале Мишина мама поедет в очередную командировку, в Китай и Миша попросил её купить ещё три такие фигурки в подарок своим друзьям, т.к. 2020 год – год Белой Металлической Крысы. За это время курс рубля по отношению к юаню понизился на 5%.

2) Сколько рублей должен взять Миша в своей копилке и дать маме на покупку подарков друзьям, если цена за фигурку в Китае осталась прежней?

**Решение:**

1) Найдем цену фигурки в рублях летом 2019 года:  $P = 10 * 9,5 = 95$  рубля. (другой вариант решения: 1 рубль =  $1/9,5 = 10/95$  юаня. Цена фигурки  $P = 10 : 10/95 = 95$  рубля) **(5 баллов)**

2) Найдем новый курс 1 юаня: 1 юань =  $9,5/0,95 = 10$  рублей. **(10 баллов)**. Новая цена одной мышки в рублях  $P = 10 * 10 = 100$  рублей. (или новый курс рубля 1 руб =  $10/95 * 0,95 = 0,1$  юаня. Новая цена фигурки мышки  $P = 10 : 0,1 = 100$  рублей) **(3 балла)** Стоимость 3 фигурок =  $100 * 3 = 300$  рублей. **(2 балла)**

Ответ: 1) мама заплатила 95 рублей; 2) Миша должен взять в копилке 300 рублей.

**Задача 3. Прибыль Л.У. Кошкина и П.О. Гребкова. (20 баллов)**

В магазине «Дары Сибири» продаются отличные сушеные белые грибы. В августе ежедневно пенсионер Л.У. Кошкин сдаёт грибы хозяину магазина, которые они с внуком Колей собирают в лесу. Хозяин магазина платит ему 150 рублей за каждый кг сданных грибов. Дед с внуком собирают ежедневно 20 килограммов свежих грибов, в которых содержится 96% жидкости (по весу). Но, пока он несёт их в магазин, они чуть – чуть подсыхают и в них остаётся только 84% жидкости (по весу). Хозяин магазина – предприниматель П.О. Гребков высушивает грибы, после чего в них остается 20% жидкости. Затем сухие грибы расфасовывает в упаковки по 50 граммов. Каждая упаковка грибов продается за 200 рублей (прим. экологически чистый продукт пользуется большой популярностью у местного населения, поэтому грибочки никогда не залеживаются на прилавке). Определите: 1) Какую сумму денег зарабатывают дед с внуком за месяц?

2) Ежемесячную прибыль хозяина магазина, если в месяце 30 дней, а магазин «Дары природы» работает без выходных.

Решение:

1)

а) Найдем какое количество грибов (по весу) ежедневно сдает в магазин пенсионер Л.У. Кошкин. Исходя из того, что при сборе в грибах содержится 96% воды, а когда дед с внуком приносят их в магазин, в них остаётся всего 84% влаги, мы можем найти массу грибов, которые доносят до магазина. Т.к. сухая часть в процентах увеличивается в грибах с 4% до 16%, из этого следует, что грибы теряют 25% своей массы, т.е. становятся легче в 4 раз. Если изначально было 20 килограммов грибов, то до магазина, грибов остаётся всего 5 килограмм (сухая масса по весу составляет 4% от 20 кг, т.е. 0,8 килограмма). (8 баллов)

б) Платят 150 рублей за каждый килограмм, т.е. заработок в день составляет  $5 \cdot 150 = 750$  рублей. (2 балла) в) найдем, какую сумму денег зарабатывает дед за месяц:  $ЗП = 750 \text{ рублей} \cdot 30 \text{ дней} = 22500 \text{ рублей}$ . (2 балла)

2) а) Найдем, какое количество сухих грибов (по весу), ежедневно имеет предприниматель. Сухая масса грибов не меняется, но изменилось количество жидкости, оно уменьшилось до 20%. Значит вес сухих грибов равен  $0,8 / 0,8 = 1$  кг. (4 балла)

б) Из 1000 граммов грибов Л.У. Кошкин получит  $1000 / 50 = 20$  упаковок (1 балл)

в) Ежедневная выручка = Р продажи \* Q =  $200 \cdot 20 = 4000$  руб. (2 балла)

г) Ежедневная прибыль = (Выручка – Издержки) =  $4000 - 750 = 3250$  рублей

Месячная прибыль = ежедневная прибыль \* 30 =  $3250 \cdot 30 = 97500$  рублей (3 балла)

Ответ: а) Л.У. Кошкин заработал 22500 рублей за месяц. б) прибыль за месяц П.О. Гребкова составила 97500 рублей.

#### Задача 4. Выгоды производственной практики.

Студентов аграрного университета в составе 3 бригад отправили на производственную практику в фермерское хозяйство «Яблочный спас». Там они занимаются селекцией деревьев, а в свободное время могут собирать яблоки и сливы для личного потребления. Первая бригада может собрать за день 8 кг яблок (товар  $y$ ) или 4 кг слив (товар  $x$ ), вторая бригада – 4 кг яблок или 6 кг слив, третья бригада 7 кг яблок или 14 кг слив. Каждая бригада может также получить любую линейную комбинацию товаров на своей границе производственных возможностей. Каждая бригада потребляет яблоки в количестве 2 кг в сутки.

1) Рассчитайте максимальный объем потребления слив каждой бригадой, если они действуют независимо друг от друга (**каждый расчет 2 балла, итог: 6 баллов**) и показать на графиках КПВ бригад (**3 балла**).

2) Постройте границу производственных возможностей для случая объединения бригад. На какое максимальное количество могут бригады увеличить свое суммарное потребление слив при объединении усилий? (**Расчет АС и специализация 3 балла, КПВ – 7 баллов,  $\Delta$  количества слив – 1 балл**)

**Решение.**

1) Первая и вторая бригада потребляют 3 кг слив (**по 2 балла, при наличии расчета**), третья бригада – 10 кг слив (**2 балла, при наличии расчета**), (рис. 1–3). **За КПВ каждой бригады по 1 баллу.** (9 баллов максимум)

2) До объединения бригады потребляют суммарно 16 кг слив. При объединении усилий бригады могут потреблять суммарно 21 кг слив, что на 5 кг больше, чем в первом случае. - 1 балл. АС 1 кг яблок (1 бригада – 0,5 кг слив; 2 бригада – 1,5 кг слив; 3 бригада – 2 кг слив). Таблица специализации с расчетом альтернативной стоимости - 3 балла. Построение общей КПВ (рис. 4) – 7 баллов, при верном обозначении на графике только крайних точек – 1 балл (максимально 11 баллов)

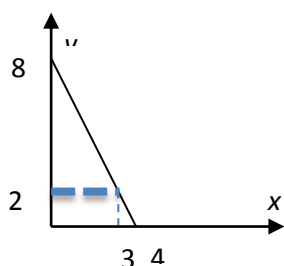


Рис. 1. КПВ 1

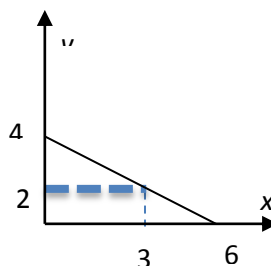


Рис. 2. КПВ 2

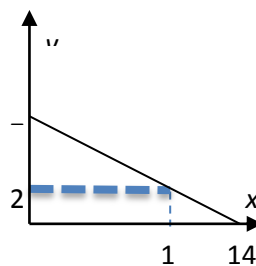


Рис. 3. КПВ 3

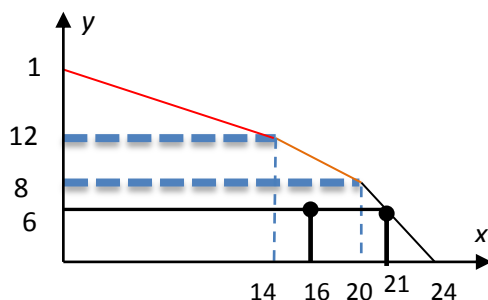


Рис. 4. Совокупная КПВ 3 бригад

### Задача 5. Пенсионные накопления. (20 баллов)

Иван Копейкин недавно окончил технический университет и теперь работает по профессии инженером в одном из институтов с окладом 28200 рублей. Иван еще молод, но он уже понимает, что на пенсионную систему в России надеяться нельзя, нужно брать ответственность за будущую пенсию в свои руки. Он подумал и решил откладывать некоторую сумму денег с каждой зарплаты в пенсионные накопления. Поскольку копить деньги самостоятельно у Ивана не получается, он решил обратиться в банк «Процветание». Для первого раза Иван готов положить деньги в банк на 3 года. Банк предлагает Ивану 2 варианта накоплений. По 1 варианту (вклад «Стабильный») банк планирует в конце каждого года увеличивать на 9 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по 2 варианту (вклад «Быстрый старт») — увеличивать эту сумму на 12 % в первый год и на одинаковое целое число  $n$  процентов и за второй, и за третий годы. Найдите наименьшее значение  $n$ , при котором за три года хранения вклад «Быстрый старт» окажется выгоднее вклада «Стабильный» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

#### Решение.

Пусть на каждый тип вклада была внесена одинаковая сумма  $S$ . На вкладе «Стабильный» каждый год сумма увеличивается на 9 %, то есть увеличивается в 1,09 раза. Поэтому через три года сумма на вкладе «Стабильный» будет равна  $1,09^3 \cdot S = 1,295029 \cdot S$ . (5 баллов)

Аналогично сумма на вкладе «Быстрый старт» будет равна  $1,12 \cdot \left(1 + \frac{n}{100}\right)^2 \cdot S$

где  $n$  — некоторое натуральное число процентов.

По условию требуется найти наименьшее натуральное решение неравенства

$$1,12 \cdot \left(1 + \frac{n}{100}\right)^2 \cdot S > 1,295029 \cdot S \quad (5 \text{ баллов})$$

$$\left(1 + \frac{n}{100}\right)^2 > \frac{1295029}{1120000} = 1,1562\dots$$

При  $n = 8$  неравенство  $1,08^2 > 1,1562\dots$ ;  $1,1664 > 1,1562\dots$  верно, а при  $n = 7$  неравенство  $1,07^2 > 1,1562\dots$ ;  $1,1449 > 1,1562\dots$  неверно, как и при всех меньших  $n$ . (10 баллов)

*В зависимости от знания учеником практики назначения процентов засчитываются правильными ответы: 1) 8 (если ученик считает, что % назначается целым); 2) 7,6%, если считает, что ставка % назначается с точностью до десятых долей %; 3) 7,54% если считает, что ставка % назначается с точностью до сотых долей %.*

## ОЧНЫЙ ОТБОРОЧНЫЙ ТУР. РЕШЕБНИК. ЗАДАЧИ 10 класс.

Время выполнения 180 минут

Всего за задачи 100 баллов

Задача 1 Рынок сгущенного молока – 10 (20 баллов)

Начинающий студент экономического факультета НГУ Р.А. Вновесов, провел экономическое исследование рынка сгущенного молока в г. Бердске. В таблице приведены данные о рынке, которые ему удалось собрать.

№*	Цена (рублей)	Количество банок сгущ. молока, которые группы покупателей готовы приобрести по любой цене не выше указанной (тыс. банок)	Количество банок сгущ. молока, которые группы продавцов готовы продавать по любой цене не ниже указанной (тыс. банок)
1	38	90	20
2	45	73	43
3	52	56	54
4	59	39	63
5	66	22	80

№\* номер группы покупателей или номер группы продавцов

Используя характеристики в таблице, помогите Р.А.Вновесову выполнить необходимые расчеты и дописать курсовую работу:

- Составьте шкалу спроса и предложения и постройте соответствующий график; **(10 баллов)**
- Определите, что характерно для данного рынка - излишек или дефицит, если рыночная цена на банку «сгущенки» составляет 45 рублей? Каков их объём? (3 балла)
- Если рыночная цена на банку сгущенного молока составляет 59 рубля, что в этом случае будет характерно для данного рынка - излишек или дефицит? Определите их объём? (3 балла)
- Чему равна равновесная цена на этом рынке? (4 балла)

**Решение:**

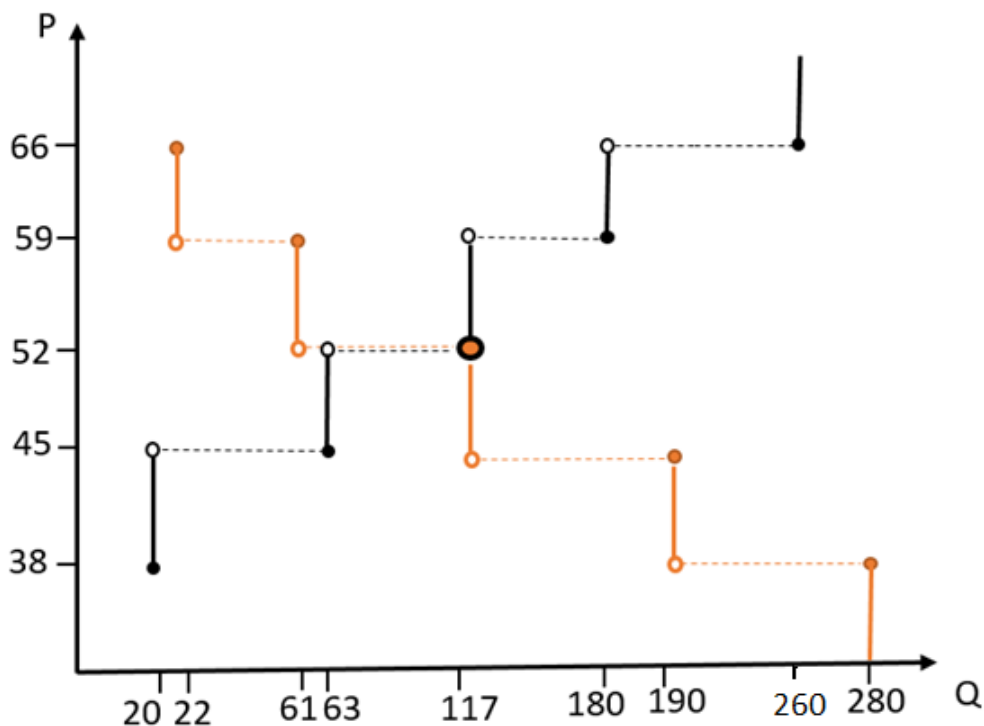
А)

Шкала спроса	
P	Qd
$0 < P \leq 38$	$90+73+56+39+22=280$
$38 < P \leq 45$	$73+56+39+22=190$
$45 < P \leq 52$	$56+39+22=117$
$52 < P \leq 59$	$39+22=61$
$59 < P \leq 66$	22

Шкала предложения	
P	Qs
$38 \leq P < 45$	20
$45 \leq P < 52$	$20+43=63$
$52 \leq P < 59$	$20+43+54=117$
$59 \leq P < 66$	$20+43+54+63=180$
$P \geq 66$	$20+43+54+63+80=260$

**(10 баллов)**

Построим график спроса и предложения



б) При  $P=45$   $Q_d=190$  а  $Q_s=63$ , значит на рынке будет дефицит товара.

Дефицит составит  $190-63=127$  (тыс. банок) **(3 балла)**

в) При  $P=59$   $Q_d=61$  а  $Q_s=180$ , значит на рынке будет избыток товара.

Избыток составит  $180-61=119$  (тыс. банок) **(3 балла)**

г) Равновесная цена на этом рынке составляет 52 рубля, при объёме 117 тыс. банок в год. **(4 балла)**

### Задача 2. Прибыль Л.У.Кошкина и П.О.Гребкова. (20 баллов)

В магазине «Дары Сибири» продаются отличные сушеные белые грибы. В августе ежедневно пенсионер Л.У. Кошкин сдаёт грибы хозяину магазина, которые он с внуком Колей собирают в лесу. Хозяин магазина платит ему 150 рублей за каждый кг сданных грибов. Дед с внуком собирают ежедневно 20 килограммов свежих грибов, в которых содержится 96% жидкости (по весу). Но, пока он несёт их в магазин, они чуть – чуть подсыхают и в них остаётся только 84% жидкости (по весу). Хозяин магазина – предприниматель П.О. Гребков высушивает грибы, после чего в них остается 20% жидкости. Затем сухие грибы расфасовывает в упаковки по 50 граммов. Упаковка грибов продается за 200 рублей (прим. экологически чистый продукт пользуется большой популярностью у местного населения, поэтому грибочки никогда не залеживаются на прилавке). Определите: 1) Какую сумму денег зарабатывают дед с внуком за месяц? (14 баллов) 2) Ежемесячную прибыль хозяина магазина, если в месяце 30 дней, а магазин «Дары природы» работает без выходных. (13 баллов)

#### Решение:

1) а) Найдем какое количество грибов (по весу) ежедневно сдает в магазин пенсионер Л.У. Кошкин. Исходя из того, что при сборе в грибах содержится 96%

воды, а когда дед с внуком приносят их в магазин, в них остаётся всего 84% влаги, мы можем найти массу грибов, которые доносят до магазина. Т.к. сухая часть в процентах увеличивается в грибах с 4% до 16%, из этого следует, что грибы теряют 25% своей массы, т.е. становятся легче в 4 раз. Если изначально было 20 килограммов грибов, то до магазина, грибов остаётся всего 5 килограмм (сухая масса по весу составляет 4% от 20 кг, т.е. 0,8 килограмма). (8 баллов)

б) Платят 150 рублей за каждый килограмм, т.е. заработок в день составляет  $5 \cdot 150 = 750$  рублей. (2 балла) в) найдем, какую сумму денег зарабатывает дед за месяц:  $3П = 750 \text{ рублей} \cdot 30 \text{ дней} = 22500 \text{ рублей}$ . (2 балла)

2) а) Найдем, какое количество сухих грибов (по весу), ежедневно имеет предприниматель. Сухая масса грибов не меняется, но изменилось количество жидкости, оно уменьшилось до 20%. Значит вес сухих грибов равен  $0,8/0,8 = 1$  кг. (4 балла)

б) Из 1000 граммов грибов Л.У. Кошкин получит  $1000/50 = 20$  упаковок (1 балл)

в) Ежедневная выручка = Р продажи \* Q =  $200 \cdot 20 = 4000$  руб. (2 балла)

г) Ежедневная прибыль = (Выручка – Издержки) =  $4000 - 750 = 3250$  рублей

Месячная прибыль = ежедневная прибыль \* 30 =  $3250 \cdot 30 = 97500$  рублей (3 балла)

Ответ: а) Л.У. Кошкин заработал 22500 рублей за месяц. б) прибыль за месяц П.О. Гребкова составила 97500 рублей.

### Задача 3. Выгоды производственной практики.

Студентов аграрного университета в составе 3 бригад отправили на производственную практику в фермерское хозяйство «Яблочный спас». Там они занимаются селекцией деревьев, а в свободное время могут собирать яблоки и сливы для личного потребления. Первая бригада может собрать за день 8 кг яблок (товар у) или 4 кг слив (товар х), вторая бригада – 4 кг яблок или 6 кг слив, третья бригада 7 кг яблок или 14 кг слив. Каждая бригада может также получить любую линейную комбинацию товаров на своей границе производственных возможностей. Каждая бригада потребляет яблоки в количестве 2 кг в сутки.

1) Рассчитайте максимальный объем потребления слив каждой бригадой, если они действуют независимо друг от друга (**каждый расчет 1 балл, итого: 3 балла**) и показать на графиках КПВ бригад (**3 балла**).

2) Постройте границу производственных возможностей для случая объединения бригад. На какое максимальное количество могут бригады увеличить свое суммарное потребление слив при объединении усилий? (**Расчет АС и специализация 3 балла, КПВ – 4 балла, Δ количества слив – 1 балл**)

3) Предположим, что на общей кухне, где хранятся фрукты, можно обменять сливы на яблоки в пропорции 1:1, но только между представителями данных бригад. Определить максимальный объем потребления слив для каждой бригады с учетом торговых возможностей. Для наглядности решения предлагаем заполнить таблицу, комментируя расчеты (**6 баллов**):



	Бригада 1		Бригада 2		Бригада 3	
	Яблоки (y)	Сливы (x)	Яблоки (y)	Сливы (x)	Яблоки (y)	Сливы (x)
Сбор и потребление ДО обмена	2		2		2	
Сбор при объединении						
Экспорт						
Импорт						
<b>Максим. потребление после обмена</b>						
Выигрыш в потреблении						

**Решение.**

- 3) Первая и вторая бригада потребляют 3 кг слив (**по 1 баллу, при наличии расчета**), третья бригада – 10 кг слив (**1 балл, при наличии расчета**), (рис. 1–3). **За КПВ каждой бригады по 1 баллу.** (максимально 6 баллов)
- 4) До объединения бригады потребляют суммарно 16 кг слив. При объединении усилий бригады могут потреблять суммарно 21 кг слив, что на 5 кг больше, чем в первом случае. - 1 балл. АС 1 кг яблок (1 бригада – 0,5 кг слив; 2 бригада – 1,5 кг слив; 3 бригада – 2 кг слив). Таблица специализации с расчетом альтернативной стоимости -3 балла. Построение общей КПВ (рис. 4) – 4 баллов, при верном обозначении на графике только крайних точек – 1 бал (максимально 8 баллов).

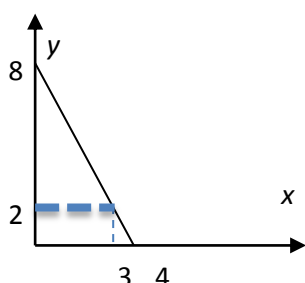


Рис. 1. КПВ 1

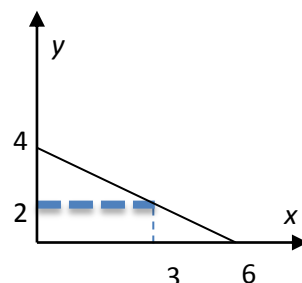


Рис. 2. КПВ 2

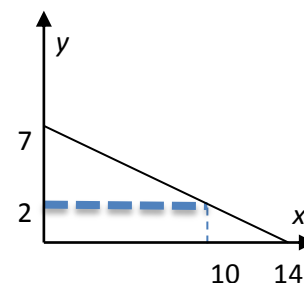


Рис. 3. КПВ 3

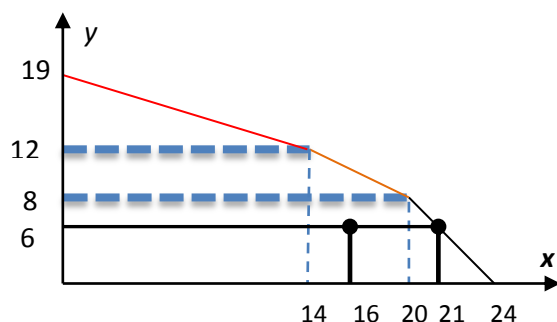


Рис. 4. Совокупная КПВ 3 бригад

- 5) На торговле яблоками будет специализироваться 1 бригада. За верные расчеты в таблице 6 баллов. (Ориентировочный порядок действий по расчету указан в ( ) – см. таблицу) (максимально 6 баллов)

	Бригада 1		Бригада 2		Бригада 3	
	Яблоки (y)	Сливы (x)	Яблоки (y)	Сливы (x)	Яблоки (y)	Сливы (x)
Сбор и потребление ДО обмена	2	3	2	3	2	10
Сбор при объединении	(1) 6, т.к. специализируется в 1 очередь по минимуму АС и может выполнить «заказ» на три бригады	(2) Ненужный «остаток» яблок: $8-6=2$ . Вместо него слив $2*0,5=1$ кг собственного производства	0	6	0	14
Экспорт	(3) 2 во 2 бригаду + 2 в третью бригаду	0		(6) 2 в первую бригаду		(7) 2 в первую бригаду
Импорт		(8) 4 из 2 и 3 бригады	(4) 2		(5) 2	
Максим. потребление после обмена	2	(9) 5	2	4 остаток после экспорта (10)	2	12 остаток после экспорта (11)
Выигрыш в потреблении	0	+2	0	+1	0	+2

#### Задача 4. Пенсионные накопления. (20 баллов)

Иван Копейкин недавно окончил технический университет и теперь работает по профессии инженером в одном из институтов с окладом 28200 рублей. Иван еще молод, но он уже понимает, что на пенсионную систему в России надеяться нельзя, нужно брать ответственность за будущую пенсию в свои руки. Он подумал и решил откладывать некоторую сумму денег с каждой зарплаты в пенсионные накопления. Поскольку копить деньги самостоятельно у Ивана не получается, он решил обратиться в банк «Процветание». Для первого раза Иван готов положить деньги в банк на 3 года. Банк предлагает Ивану 2 варианта накоплений. По 1 варианту (вклад «Стабильный») банк планирует в конце каждого года увеличивать на 9 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по 2 варианту (вклад «Быстрый старт») — увеличивать эту сумму на 12 % в первый год и на одинаковое целое число  $n$  процентов и за второй, и за третий годы. Найдите наименьшее значение  $n$ , при котором за три года хранения вклад «Быстрый старт» окажется выгоднее вклада «Стабильный» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

#### Решение.

Пусть на каждый тип вклада была внесена одинаковая сумма  $S$ . На вкладе «Стабильный» каждый год сумма увеличивается на 9 %, то есть увеличивается в 1,09 раза. Поэтому через три года сумма на вкладе «Стабильный» будет равна  $1,09^3 \cdot S = 1,295029 \cdot S$ . (5 баллов)

Аналогично сумма на вкладе «Быстрый старт» будет равна  $1,12 \cdot \left(1 + \frac{n}{100}\right)^2 \cdot S$

где  $n$  — некоторое натуральное число процентов.

По условию требуется найти наименьшее натуральное решение неравенства

$$1,12 \cdot \left(1 + \frac{n}{100}\right)^2 \cdot S > 1,295029 \cdot S \quad (5 \text{ баллов})$$

$$\left(1 + \frac{n}{100}\right)^2 > \frac{1295029}{1120000} = 1,1562\dots$$

При  $n = 8$  неравенство  $1,08^2 > 1,1562\dots$ ;  $1,1664 > 1,1562\dots$  верно, а при  $n = 7$  неравенство  $1,07^2 > 1,1562\dots$ ;  $1,1449 > 1,1562\dots$  неверно, как и при всех меньших  $n$ .  
(10 баллов)

*В зависимости от знания учеником практики назначения процентов засчитываются правильными ответы: 1) 8 (если ученик считает, что % назначается целым); 2) 7,6%, если считает, что ставка % назначается с точностью до десятых долей %; 3) 7,54% если считает, что ставка % назначается с точностью до сотых долей %.*

### **Задача 5. Мастерская «Мария да Софья» (20 баллов)**

В ателье по пошиву одежды работают две мастерицы – Мария и Софья. Они специализируются на пошиве женских платьев и мужских костюмов. Софья может пошить 2 платья и 3 костюма за 20 часов, а Мария этот же набор сможет пошить за 28 часов. Чтобы пошить 3 платья и 2 костюма Софья потратит 15 часов, а Мария 22 часа. 25 декабря швеи получили заказ от танцевального коллектива, которому требуется пошить 16 платьев и 16 костюмов. 31 декабря коллектив выступает в городском доме культуры. Успеют ли мастерицы пошить заказ за 6 дней, учитывая, что производительность труда в течение дня у каждой постоянна и более 10 часов в день никто из них работать не может? Какое минимальное количество времени потребуется швеям для выполнения заказа?

#### **Решение.**

Пусть Софья изготавливает одно платье за  $t_d$  часов, а один костюм – за  $t_s$  часов; Мария изготавливает одно платье за  $n_d$  часов, а один костюм – за  $n_s$  часов.

Определим время, необходимое Софье для изготовления одного платья и одного костюма. Согласно условию:

$$\begin{cases} 2 \cdot t_d + 3 \cdot t_s = 20 \\ 3 \cdot t_d + 2 \cdot t_s = 15 \end{cases} \rightarrow 5 \cdot t_d + 5 \cdot t_s = 35 \rightarrow t_d + t_s = 7,$$

Тогда  $2 \cdot t_d + 3 \cdot t_s = 2 \cdot (t_d + t_s) + t_s = 2 \cdot 7 + t_s = 20 \rightarrow t_s = 6$  и  $t_d = 1$

Рассуждая аналогично, найдем, сколько времени потребуется Марии для изготовления того же набора:

$$\begin{cases} 2 \cdot n_d + 3 \cdot n_s = 28 \\ 3 \cdot n_d + 2 \cdot n_s = 22 \end{cases} \rightarrow 5 \cdot n_d + 5 \cdot n_s = 50 \rightarrow n_d + n_s = 10,$$

Тогда  $2 \cdot n_d + 3 \cdot n_s = 2 \cdot (n_d + n_s) + n_s = 2 \cdot 10 + n_s = 28 \rightarrow n_s = 8$  и  $n_d = 2$

**(8 баллов)**

Определяем специализацию мастериц, Софья вместо 1 костюма сможет сделать 6 платьев, Мария 4 платья, следовательно, на платьях будет специализироваться Софья, а на костюмах Мария. **(4 балла)**

На 16 платьев у Софьи будет затрачено 16 часов и за оставшиеся 44 часа она сделает  $44/6=7,3333$  костюма. Мария за 60 часов сможет сделать  $60/8=7,5$  костюмов, следовательно, всего будет сделано  $7,3333+7,5=14,8333$  костюма, что

меньше необходимых 16 костюмов, т.е. за 60 часов они не смогут сделать 16 костюмов и 16 платьев. **(4 балла)**

Чтобы сделать 8 костюмов Марии потребуется  $8 \cdot 8 = 64$  часа. Если Софья будет работать также 64 часа, то она за это время сможет сделать 16 платьев на которые потратит 16 часов и в оставшиеся  $64 - 16 = 48$  часов, она сможет сделать  $48/6 = 8$  костюмов. Таким образом за 64 часов будет сделано 16 платьев и 16 костюмов.

Следовательно, минимальное время на выполнение заказа 64 часа или 6,5 рабочих дней. **(4 балла)**

**Ответ: не успеют; 64 часа.**

## **ОЧНЫЙ ОТБОРОЧНЫЙ ТУР. РЕШЕБНИК. ЗАДАЧИ 11 класс.**

**Время выполнения 180 минут**

**Всего за задачи 100 баллов**

### **Задача 1. Бальзам «Из грязи – в князи!» (20 баллов)**

Баба Яга живет в Сказочном лесу, пенсия у нее невелика – всего 11 000 рублей. А запросы у бабушки высокие – хочет избушку сменить, ступу новой модели приобрести с электродвигателем, да и суп из лягушек порядком ей надоел. Обратилась Яга к Василисе Премудрой. Та предложила ей заняться домашним бизнесом – производить лечебный бальзам для тела на основе целебной грязи из местного болота. Баба Яга полистала свою книгу рецептов и выбрала необходимые компоненты для бальзама, который она назвала «Из грязи – в князи!». Основа бальзама – лечебная грязь и пихтовое масло. Концентрация грязи в бальзаме 40%. Издержки производства пихтового масла  $ТС = 25Q^2$  (где  $Q$  – количество флаконов по 50 мл), а лечебной грязи  $ТС = 3200Q + 400$  (где  $Q$  – количество флаконов по 50 мл).

Баба Яга попросила Ученого кота провести маркетинговое исследование рынка и выяснила, что в Сказочном лесу нет аналогов ее бальзама. За первую неделю Баба Яга продала пробную партию из 30 флаконов по 50 мл по цене  $P_1$ . Во второй партии было уже 150 таких же флаконов бальзама. Чтобы продать всю партию за неделю, Бабе Яге пришлось снизить цену до  $P_2$ , но ее выручка при этом не изменилась. Методом проб и ошибок Яга выяснила, что получить выручку больше, чем 162000 рублей в неделю ей не удастся.

1. Помогите Бабе Яге определить, сколько бальзама надо производить и по какой цене продавать, чтобы она могла получить максимальную прибыль и исполнить свои желания, если спрос имеет линейный вид.
2. Какую максимальную прибыль за неделю может получить Баба Яга?

**Решение:**

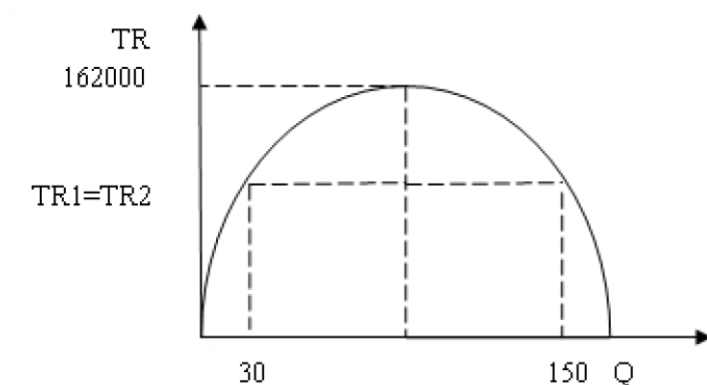
1) Запишем функцию издержек приготовления бальзама:

$$ТС = 25(Q \cdot 0,6)^2 + 3200Q \cdot 0,4 + 400 = 9Q^2 + 1280Q + 400 \quad (7 \text{ баллов})$$

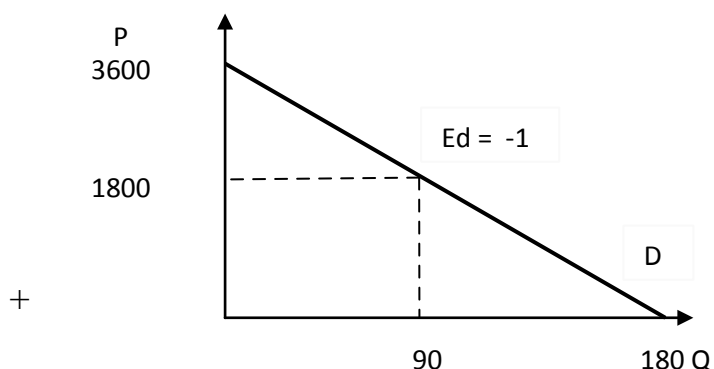
2) Нам понадобится функция  $МС$ , поскольку Баба Яга монополист на данном рынке.

$$MC = (TC)' = (9Q^2 + 1280Q + 400)' = 18Q + 1280 \text{ (2 балла)}$$

- 3) Найдем цену, при которой выручка максимальна. Для линейной функции спроса выручка имеет вид  $TR = -aQ^2 + b$ , т.е. это парабола, выходящая из начала координат. Выручка достигает максимума при  $Q = (Q_1 + Q_2)/2 = (30 + 150)/2 = 90$   
 $P = TR/Q = 162000/90 = 1800$  рублей.



- 4) Запишем функцию спроса на бальзам.



Выручка достигает максимума при единичной эластичности спроса, т.е. ровно в середине графика спроса.

Тогда максимальное значение количества  $Q_{max} = 90 * 2 = 180$ .

Линейный спрос имеет вид  $Q_d = -aP + b$ , где  $b = 180$ ,  $a = -90/1800 = -0,05$

$$\text{Т.о. } Q_d = 180 - 0,05P \text{ (4 балла)}$$

- 5) Запишем функцию  $MR = (TR)'$  (1 балл)

$$\text{Обратная функция спроса } P = 3600 - 20Q, TR = 3600Q - 20Q^2,$$

$$MR = (3600Q - 20Q^2)' = 3600 - 40Q$$

- 6) Найдем оптимальный объем производства бальзама и рыночную цену, для этого

$$MR = MC, 3600 - 40Q = 18Q + 1280, \text{ отсюда } Q^* = 40 \text{ флаконов,}$$

$$P^* = 2800 \text{ рублей. (3 балла)}$$

- 7) Найдем прибыль, которую может получить Баба Яга:

$$TR = P^*Q = 2800 * 40 = 112000 \text{ (1 балл)}$$

$$TC = 9 * 40^2 + 1280 * 40 + 400 = 66000 \text{ (1 балл)}$$

$$\Pi = TR - TC = 112000 - 66000 = 46000 \text{ (1 балл)}$$

**Ответ:  $Q^* = 40$  флаконов,  $P^* = 2800$  рублей, прибыль от продажи бальзама составит**

**46000 рублей в неделю.**

## Задача 2. Выгоды производственной практики. (20 баллов)

Студентов аграрного университета в составе 3 бригад отправили на производственную практику в фермерское хозяйство «Яблочный спас». Там они

занимаются селекцией деревьев, а в свободное время могут собирать яблоки и сливы для личного потребления. Первая бригада может собрать за день 8 кг яблок (товар  $y$ ) или 4 кг слив (товар  $x$ ), вторая бригада – 4 кг яблок или 6 кг слив, третья бригада 7 кг яблок или 14 кг слив. Каждая бригада может также получить любую линейную комбинацию товаров на своей границе производственных возможностей. Каждая бригада потребляет яблоки в количестве 2 кг в сутки.

1) Рассчитайте максимальный объем потребления слив каждой бригадой, если они действуют независимо друг от друга (**каждый расчет 1 балл, итого: 3 балла**) и показать на графиках КПВ бригад (**3 балла**).

2) Постройте границу производственных возможностей для случая объединения бригад. На какое максимальное количество могут бригады увеличить свое суммарное потребление слив при объединении усилий? (**Расчет АС и специализация 3 балла, КПВ – 4 балла,  $\Delta$  количества слив – 1 балл**)

3) Предположим, что на общей кухне, где хранятся фрукты, можно обменять сливы на яблоки в пропорции 1:1, но только между представителями данных бригад. Определить максимальный объем потребления слив для каждой бригады с учетом торговых возможностей. Для наглядности решения предлагаем заполнить таблицу, комментируя расчеты (**6 баллов**):

	Бригада 1		Бригада 2		Бригада 3	
	Яблоки ( $y$ )	Сливы ( $x$ )	Яблоки ( $y$ )	Сливы ( $x$ )	Яблоки ( $y$ )	Сливы ( $x$ )
Сбор и потребление ДО обмена	2		2		2	
Сбор при объединении						
Экспорт						
Импорт						
<b>Максим. потребление после обмена</b>						
Выигрыш в потреблении						

### Решение.

- б) Первая и вторая бригада потребляют 3 кг слив (**по 1 баллу, при наличии расчета**), третья бригада – 10 кг слив (**1 балл, при наличии расчета**), (рис. 1–3). **За КПВ каждой бригады по 1 баллу.**
- 7) До объединения бригады потребляют суммарно 16 кг слив. При объединении усилий бригады могут потреблять суммарно 21 кг слив, что на 5 кг больше, чем в первом случае. - 1 балл. АС 1 кг яблок (1 бригада – 0,5 кг слив; 2 бригада – 1,5 кг слив; 3 бригада – 2 кг слив). Таблица специализации с расчетом альтернативной стоимости -3 балла. Построение общей КПВ (рис. 4) – 4 баллов, при верном обозначении на графике только крайних точек – 1 балл.

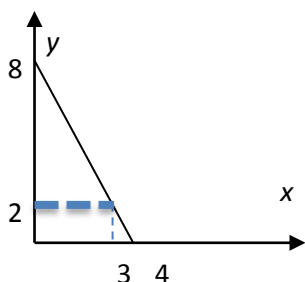


Рис. 1. КПВ 1

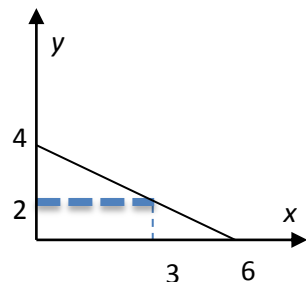


Рис. 2. КПВ 2

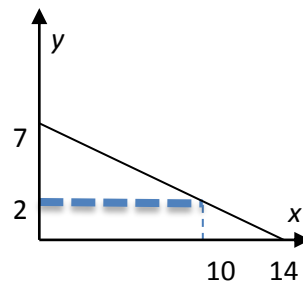


Рис. 3. КПВ 3

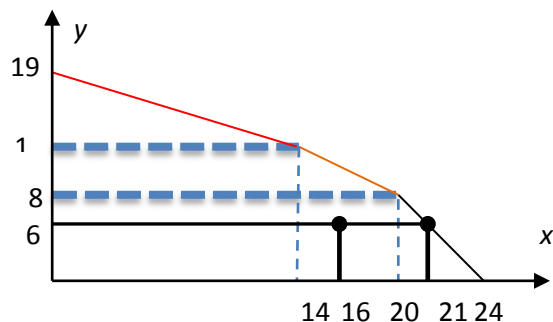


Рис. 4. Совокупная КПВ 3 бригад

8) На торговле яблоками будет специализироваться 1 бригада. За верные расчеты в таблице 6 баллов. (Ориентировочный порядок действий по расчету указан в ( ) – см. таблицу)

	Бригада 1		Бригада 2		Бригада 3	
	Яблоки (y)	Сливы (x)	Яблоки (y)	Сливы (x)	Яблоки (y)	Сливы (x)
Сбор и потребление ДО обмена	2	3	2	3	2	10
Сбор при объединении	(3) 6, т.к. специализируется в 1 очередь по минимуму АС и может выполнить «заказ» на три бригады	(4) Ненужный «остаток» яблок: $8-6=2$ . Вместо него слив $2*0,5=1$ кг собственного производства	0	6	0	14
Экспорт	(3) 2 во 2 бригаду + 2 в третью бригаду	0		(6) 2 в первую бригаду		(7) 2 в первую бригаду
Импорт		(8) 4 из 2 и 3 бригады	(4) 2		(5) 2	
Максим. потребление после обмена	2	(9) 5	2	4 остаток после экспорта (10)	2	12 остаток после экспорта (11)
Выигрыш в потреблении	0	+2	0	+1	0	+2

### Задача 3. Пенсионные накопления. (20 баллов)

Иван Копейкин недавно окончил технический университет и теперь работает по профессии инженером в одном из институтов с окладом 28200 рублей. Иван еще молод, но он уже понимает, что на пенсионную систему в России надеяться нельзя, нужно брать ответственность за будущую пенсию в свои руки. Он подумал и решил откладывать некоторую сумму денег с каждой зарплаты в пенсионные накопления. Поскольку копить деньги самостоятельно у Ивана не получается, он решил обратиться в банк «Процветание». Для первого раза Иван готов положить деньги в банк на 3 года. Банк предлагает Ивану 2 варианта накоплений. По 1 варианту (вклад «Стабильный») банк планирует в конце каждого года увеличивать на 9 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по 2 варианту (вклад «Быстрый старт») — увеличивать эту сумму на 12 % в первый год и на одинаковое целое число  $n$  процентов и за второй, и за третий годы. Найдите наименьшее значение  $n$ , при котором за три года хранения вклад «Быстрый старт» окажется выгоднее вклада «Стабильный» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

#### Решение.

Пусть на каждый тип вклада была внесена одинаковая сумма  $S$ . На вкладе «Стабильный» каждый год сумма увеличивается на 9 %, то есть увеличивается в 1,09 раза. Поэтому через три года сумма на вкладе «Стабильный» будет равна  $1,09^3 \cdot S = 1,295029 \cdot S$ . (5 баллов)

Аналогично сумма на вкладе «Быстрый старт» будет равна  $1,12 \cdot \left(1 + \frac{n}{100}\right)^2 \cdot S$

где  $n$  — некоторое натуральное число процентов.

По условию требуется найти наименьшее натуральное решение неравенства

$$1,12 \cdot \left(1 + \frac{n}{100}\right)^2 \cdot S > 1,295029 \cdot S \quad (5 \text{ баллов})$$

$$\left(1 + \frac{n}{100}\right)^2 > \frac{1295029}{1120000} = 1,1562\dots$$

При  $n = 8$  неравенство  $1,08^2 > 1,1562\dots$ ;  $1,1664 > 1,1562\dots$  верно, а при  $n = 7$  неравенство  $1,07^2 > 1,1562\dots$ ;  $1,1449 > 1,1562\dots$  неверно, как и при всех меньших  $n$ . (10 баллов)

*В зависимости от знания учеником практики назначения процентов засчитываются правильными ответы: 1) 8 (если ученик считает, что % назначается целым); 2) 7,6%, если считает, что ставка % назначается с точностью до десятых долей %; 3) 7,54% если считает, что ставка % назначается с точностью до сотых долей %.*

### Задача 4. Мастерская «Мария да Софья» (20 баллов)

В ателье по пошиву одежды работают две мастерицы – Мария и Софья. Они специализируются на пошиве женских платьев и мужских костюмов. Софья может пошить 2 платья и 3 костюма за 20 часов, а Мария этот же набор сможет пошить за 28 часов. Чтобы пошить 3 платья и 2 костюма Софья потратит 15 часов, а Мария 22 часа.



25 декабря швеи получили заказ от танцевального коллектива, которому требуется пошить 16 платьев и 16 костюмов. 31 декабря коллектив выступает в городском доме культуры. Успеют ли мастерицы пошить заказ за 6 дней, учитывая, что производительность труда в течение дня у каждой постоянна и более 10 часов в день никто из них работать не может? Какое минимальное количество времени потребуется швеям для выполнения заказа?

**Решение.**

Пусть Софья изготавливает одно платье за  $t_d$  часов, а один костюм – за  $t_s$  часов; Мария изготавливает одно платье за  $n_d$  часов, а один костюм – за  $n_s$  часов.

Определим время, необходимое Софье для изготовления одного платья и одного костюма. Согласно условию:

$$\begin{cases} 2 \cdot t_d + 3 \cdot t_s = 20 \\ 3 \cdot t_d + 2 \cdot t_s = 15 \end{cases} \rightarrow 5 \cdot t_d + 5 \cdot t_s = 35 \rightarrow t_d + t_s = 7,$$

Тогда  $2 \cdot t_d + 3 \cdot t_s = 2 \cdot (t_d + t_s) + t_s = 2 \cdot 7 + t_s = 20 \rightarrow t_s = 6$  и  $t_d = 1$

Рассуждая аналогично, найдем, сколько времени потребуется Марии для изготовления того же набора:

$$\begin{cases} 2 \cdot n_d + 3 \cdot n_s = 28 \\ 3 \cdot n_d + 2 \cdot n_s = 22 \end{cases} \rightarrow 5 \cdot n_d + 5 \cdot n_s = 50 \rightarrow n_d + n_s = 10,$$

Тогда  $2 \cdot n_d + 3 \cdot n_s = 2 \cdot (n_d + n_s) + n_s = 2 \cdot 10 + n_s = 28 \rightarrow n_s = 8$  и  $n_d = 2$

**(8 баллов)**

Определяем специализацию мастериц, Софья вместо 1 костюма сможет сделать 6 платьев, Мария 4 платья, следовательно, на платьях будет специализироваться Софья, а на костюмах Мария. **(4 балла)**

На 16 платьев у Софьи будет затрачено 16 часов и за оставшиеся 44 часа она сделает  $44/6=7,3333$  костюма. Мария за 60 часов сможет сделать  $60/8=7,5$  костюмов, следовательно, всего будет сделано  $7,3333+7,5=14,8333$  костюма, что меньше необходимых 16 костюмов, т.е. за 60 часов они не смогут сделать 16 костюмов и 16 платьев. **(4 балла)**

Чтобы сделать 8 костюмов Марии потребуется  $8 \cdot 8=64$  часа. Если Софья будет работать также 64 часа, то она за это время сможет сделать 16 платьев на которые потратит 16 часов и в оставшиеся  $64 - 16=48$  часов, она сможет сделать  $48/6=8$  костюмов. Таким образом за 64 часов будет сделано 16 платьев и 16 костюмов.

Следовательно, минимальное время на выполнение заказа 64 часа или 6,5 рабочих дней. **(4 балла)**

**Ответ: не успеют; 64 часа.**

**Задача 5. Красота в кредит. (20 баллов)**

Перед Новым годом старуху Шапокляк пригласили на бесплатную косметическую процедуру с целью рекламы и продажи новой косметики под названием «Очаровашка». Результат процедуры ее настолько впечатлил, что она

согласилась оформить набор косметики в кредит. Кредит был оформлен в банке «Содействие» на сумму 40 тыс. руб. сроком на 5 лет.

Условия возврата кредита следующие:

— каждый июнь долг возрастает на  $n$  % по сравнению с концом предыдущего года;

— с июля по декабрь необходимо выполнить платеж так, чтобы на начало января каждого года долг - кредит без учета процентов, уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с предыдущим декабрем.

Найдите наименьшую возможную ставку  $n$ , если известно, что последний платёж будет не менее 9 тыс. рублей.

**Решение.**

1) Долг перед банком (в тыс. рублей) по состоянию на начало января должен уменьшаться до нуля равномерно: 40; 32; 24; 16; 8; 0.

По условию каждый июнь долг возрастает на  $n$  %. Пусть  $k = 1 + \frac{n}{100}$ , тогда последовательность размеров долга, оставшегося на начало предыдущего января, с начисленными в июне процентами за его использование (в тыс. рублей) в июле составит:

$40k; 32k; 24k; 16k; 8k$ .

Следовательно, последний платёж составит  $8k$  тыс. рублей.

Получаем  $8k \geq 9$ , откуда  $k \geq 1,125$ . Значит,  $k = 1,125$ , и  $n = 12,5$

**Ответ:** 12,5%.

Председатель оргкомитета,  
заместитель министра образования  
Новосибирской области

И.В. Мануйлова