

**Олимпиада по экономике для учащихся 10-х классов 2014 год.
ОТБОРОЧНЫЙ ТУР. ЗАДАЧИ.**

РЕШЕБНИК

Время выполнения 180 минут

Всего за задачи 100 баллов

Задача 1 (22 балла).

В стране Фишляндии по традиции ежедневно готовят рыбу на обед, поэтому спрос на рыбу стабильный и задан функцией $Q_d = 720 - 15P$ (где P - у.е за одну тонну, Q - тонн). Много лет закупочная цена рыбы была стабильной и составляла $P = 17$ у.е. за тонну рыбы. Государство постоянно заботится о росте поголовья рыбы. В этом году у берегов Фишляндии рыба ловилась особенно хорошо. В результате новое предложение рыбы имеет вид $Q_s = 30P + 135$

1) А) Сколько рыбы ежегодно вылавливали у берегов Фишляндии? **(1 балл)** Б) Сколько рыбы выловили у берегов Фишляндии в нынешнем году? **(1 балл)** Какой стала закупочная цена рыбы? **(1 балл)** В) Какой функцией описывалось предложение первоначально? (допустим, что имел место параллельный сдвиг графика предложения) **(5 баллов)** Г) Покажите на графической модели ситуацию на рынке рыбы в Фишляндии. **(2 балла)**

2) Государство, заботясь о своих рыбаках, решило закупить некоторое количество рыбы на внутреннем рынке, чтобы удержать цену на прежнем уровне. Расходы государства составили 1350 у.е. А) удалось ли государству вернуть цену на исходный уровень? **(2 балла)** Б) Сколько рыбы закупило государство на внутреннем рынке? **(5 баллов)** В) Покажите на графической модели ситуацию на рынке рыбы в Фишляндии после вмешательства государства. Выделите площадь, соответствующую расходам государства. **(5 баллов)**

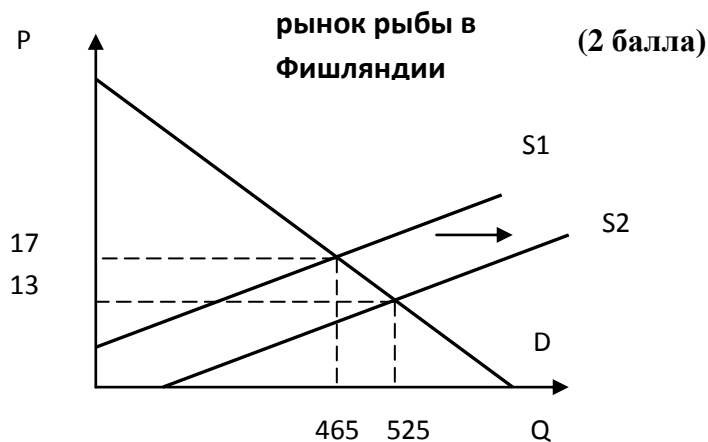
Решение:

1) А) Чтобы определить сколько рыбы ежегодно вылавливали у берегов Фишляндии подставим $P=17$ в уравнение спроса: $Q = 720 - 15P = 720 - 15 \cdot 17 = 465$ тонн рыбы. **(1 балл)**

Б) Найдем равновесие на рыбном рынке в текущем году, для этого приравняем функции спроса и предложения $Q_d = Q_s$: $720 - 15P = 30P + 135$, отсюда новое равновесие возникло при $P = 13$ у.е., **(1 балл)** и объеме продаж $Q = 525$ тонн рыбы. **(1 балл)**

В) Запишем первоначальную функцию предложения рыбы. ($Q_s = aP + b$ это общий вид функции предложения). Поскольку имел место параллельный сдвиг графика предложения, то угол наклона функции не изменился, т.е. $a = 30$. Кроме того, нам известна координата первоначального равновесия, составим уравнение $465 = a \cdot 17 + b = 30 \cdot 17 + b$, отсюда $b = -45$. Т.о. первоначальная функция предложения имела вид $Q_s = 30P - 45$ **(5 баллов)**

Г) Построим графическую модель:



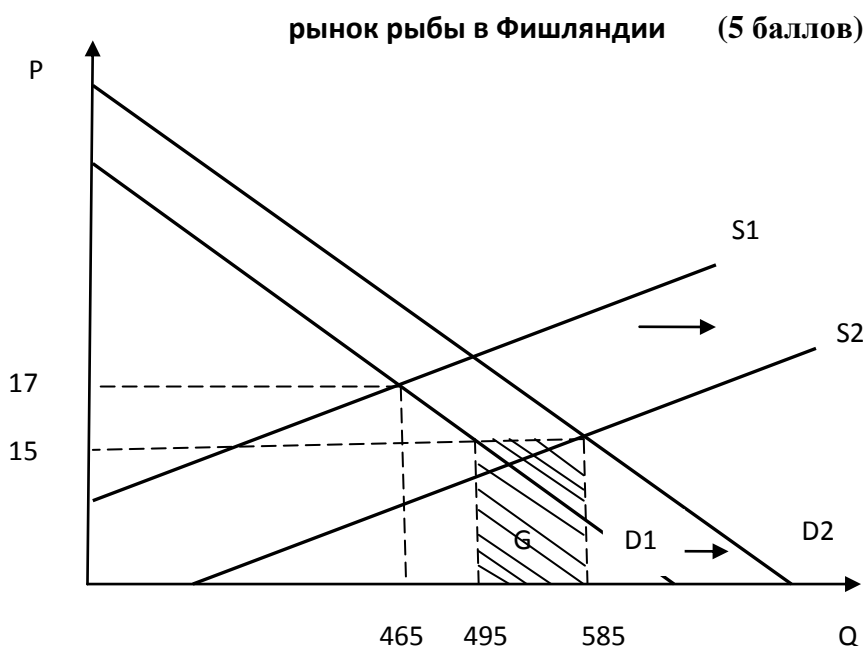
2) А) Проверим, удалось ли государству удержать цена рыбы на уровне $P = 17$ у.е. за тонну.

1 способ: найдем сколько рыбы должно было закупить государство, чтобы цена была $P = 17$ у.е., для этого подставим $P = 17$ в функцию предложения текущего года $Q_s = 30P + 135 = 30 \cdot 17 + 135 = 645$ тонн, т.е. государство должно было закупить $(645 - 465) = 180$ тонн рыбы. Тогда расходы государства составили бы $G = 17 \cdot 180 = 3060$ у.е. Значит государство купило меньше рыбы и цена не могла вернуться к исходному уровню. (2 балла) или

2 способ: расходы государства заданы функцией $G = P \cdot (Q_{s1} - Q_d) = P \cdot ((30P + 135) - (720 - 15P)) = P \cdot (45P - 585) = 45P^2 - 585P$. Решим уравнение $45P^2 - 585P = 1350$, отсюда $P = 15$ у.е, т.е. не удалось вернуть цену на исходный уровень (2 балла)

Б) найдем количество рыбы, которое купило государство $G = P \cdot Q = 15 \cdot Q = 1350$, следовательно объем закупки составил $Q = 1350 / 15 = 90$ тонн. (5 баллов)

В) Построим модель рынка после вмешательства государства. Покажем площадь госрасходов.



Ответ: 1) а) $Q_1 = 465$ тон рыбы б) $P_2 = 13$ у.е., $Q_2 = 525$ тонн рыбы в) $Q_s = 30P - 45$

2) а) $P = 15$ у.е., т.е. государству не удалось сохранить первоначальную цену. б) объем госзакупок составил 90 тонн рыбы.

Задача 2 (18 баллов)

В деревне Простоквашино фермер Шариков единственный в регионе разводит кроликов. Спрос на мясо кроликов задан функцией $Q_d = 2000/p^2$ (где P - тыс руб, цена мяса за кг, Q -кг количество мяса). Затраты описаны функцией $TC = 0,1Q + 1500$

А) Найдите сколько кг мяса кроликов производит Шариков, по какой цене продает, какую прибыль получает, если он стремится максимизировать прибыль (9 баллов)

Б) Кот Матроскин открыл в Простоквашино мастерскую по выделке шкурок. Матроскин охотно закупает у Шарикова невыделанные шкурки кроликов, спрос на которые $Q_d = 11000 - 10000P$ (где P - цена шкурки, тыс руб, $Q_{ш}$ - количество шкурок). Шариков хорошо кормит своих кроликов, поэтому взрослый кролик в среднем дает 5 кг мяса.

Какую прибыль получит фермер Шариков, если он будет сдавать шкурки кроликов коту Матроскину? (9 баллов)

Решение:

А) 1) Для определения оптимального объема производства и цены используем принцип $MR = MC$. Запишем функцию MR : а) перейдем к обратной функции спроса $P = \sqrt{2000/Q}$ б) найдем $TR = P*Q$
 $TR = (\sqrt{2000/Q})*Q = \sqrt{2000*Q}$ в) запишем $MR = (TR)' = (\sqrt{2000*Q})' = 0,5\sqrt{2000/Q}$ (5 баллов)

2) Запишем функцию MC : $MC = (TC)' = (0,1Q + 1500)' = 0,1$ (1 балл)

3) $MR = MC$: $0,5\sqrt{2000/Q} = 0,1$, отсюда $Q = 50000$ кг (1 балл), $P = 0,2$ тыс руб/кг (1 балл)

4) Найдем прибыль: $\Pi = TR - TC = (0,2*50000) - (0,1*50000 + 1500) = 3500$ тыс руб (1 балл)

Б) 1) Найдем сколько шкурок остается у Шарикова после производства оптимального количества мяса. $Q_{ш} = 50000/5 = 10000$ шкурок (2 балла)

2) Поскольку у Шарикова нет затрат на выделку шкурок, он будет максимизировать выручку от их продажи. Выручка будет максимальной, если Шариков продаст Матроскину **5500** шкурок по цене **0,55 тыс руб.** за шкурку. $((TR)' = 0, TR = P*Q = (11000 - 10000P)*P = (11000P - 10000P^2)' = (11000 - 20000P) = 0$, отсюда $P = 0,55$ тыс руб, $Q = 5500$ (4 балла, т.е. по 2 балла за нахождение P и Q)

3) Найдем дополнительную прибыль: $\Pi = TR = P*Q = 5500*0,55 = 3025$ тыс руб (2 балла)

4) Общая прибыль Шарикова от продажи мяса кроликов и шкурок составит $\Pi = 3500 + 3025 = 6525$ тыс руб (1 балл)

Ответ: а) $Q = 50000$ кг мяса, $P = 0,2$ тыс руб/кг, $\Pi = 3500$ тыс руб б) $\Pi = 6525$ тыс руб.

Задача 3 (15 баллов)

В городке N готовятся встречать Новый год. Пункты проката предлагают костюмы зайца и волка. Других новогодних костюмов сшить не успели, зато в наличии 60 костюмов зайца и 80 костюмов волка. Спрос на "зайцев" можно описать функцией $Q_z = 72 - 0,5P_z + 0,4P_v$, а на "волков" $Q_v = 120 - 0,8P_v + 0,2P_z$ (где Q_z, Q_v - количество костюмов зайца и волка, P_z, P_v - цена проката за день руб).

1) Какие равновесные цены установятся на прокат костюма зайца и волка за день (6 баллов, по 3 балла за каждую правильно найденную цену) ?

2) Будут ли костюмы зайца и волка дополняющими или заменяющими друг друга? Для обоснования ответа рассчитайте перекрестную эластичность спроса на костюм зайца и волка (9 баллов)

Решение:

1) а) Найдем равновесную цену костюма зайца: $60 = 72 - 0,5P_z + 0,4P_v$, отсюда $P_z = 24 + 0,8P_v$

б) Найдем равновесную цену костюма волка: $80 = 120 - 0,8P_v + 0,2P_z$, следовательно $P_v = 50 + 0,25P_z$, подставим цену "зайца" в уравнение: $P_v = 50 + 0,25(24 + 0,8P_v)$, отсюда $P_v = 70$ руб. (3 балла)

в) Найдем $P_{\text{зайца}} = 24 + 0,8 \cdot 70 = 80$ руб (3 балла)

2) а) Найдем перекрестную эластичность спроса на костюм зайца: $E_{z/v} = (Q_z)'P_v / Q_z = (72 - 0,5P_z + 0,4P_v)'70/60 = +0,4 \cdot 70/60 \approx +0,47$ (3 балла)

б) Найдем перекрестную эластичность спроса на костюм волка: $E_{v/z} = (Q_v)'P_z / Q_v = (120 - 0,8P_v + 0,2P_z)'80/80 = +0,2$ (3 балла)

в) Перекрестная эластичность положительная, следовательно костюмы зайца и волка заменители. (3 балла)

Ответ: 1) $P_{\text{зайца}} = 80$ рублей, $P_{\text{волка}} = 70$ рублей. 2) костюмы зайца и волка заменители, $E_{z/v} \approx 0,47$; $E_{v/z} = 0,2$

Задача 4. (20 баллов)

В Лунном переулке пенсионерка – предпринимательница Р.О.Машкова держит небольшой магазин лекарственных растений. Каждый день в магазин Р.О.Машковой поступает *Matricaria chamomilla* (ромашка аптечная), которую соседский парнишка Максим собирает в лесу. Добрая пенсионерка платит ему 100 рублей за каждый килограмм сданной ромашки. Максим собирает ежедневно 10 килограммов свежих цветов, в которых содержится 98% жидкости (по весу). Но, пока он несёт их в магазин, они чуть – чуть подсыхают и в них остаётся только 90% жидкости (по весу). Р.О.Машкова высушивает цветы, после чего в них остается 20% жидкости. Затем сухую *Matricaria chamomilla* расфасовывает в упаковки по 50 граммов. Каждая из которых продается за 120 рублей. (прим. экологически чистый продукт пользуется большой популярностью у местного населения, поэтому ромашка аптечная никогда не залеживается на прилавке)

Определить 1) Какую сумму денег зарабатывает Максим за месяц? (10 баллов)

2) Ежемесячную прибыль пенсионерки, если в месяце 30 дней, а магазин работает без выходных. (10 баллов)

Решение:

1) а) Найдем какое количество цветов (по весу) ежедневно сдает Максим в магазин Р.О. Машковой. Исходя из того, что при покупке в цветах содержится 98% воды, а когда Максим приносит их в магазин, в них остаётся всего 90% влаги, мы можем найти массу цветов, которые парень доносит до магазина. Т.к. сухая часть в процентах увеличивается в цветах с 2% до 10%, из этого следует, что цветы теряют 80% своей массы, т.е. становятся легче в 5 раз. Если изначально было 10 килограммов

цветов, то когда парнишка доносит их до магазина, цветов остаётся всего 2 килограмма (сухая масса по весу составляет 2% от 10 кг, т.е. 0,2 килограмма). **(8 баллов)**

б) пенсионерка платит Максиму 100 рублей за каждый килограмм сданной ромашки, т.е. заработок в день составляет $2 \cdot 100 = 200$ рублей. **(1 балл)**

в) найдем какую сумму денег зарабатывает Максим за месяц $ЗП = 200 \text{ руб} \cdot 30 \text{ дней} = 6000$ рублей. **(1 балл)**

2) а) Найдем какое количество сухих цветов (по весу) ежедневно имеет предпринимательница. Сухая масса ромашки не меняется, но изменилось количество жидкости, оно уменьшилось до 20%. Значит вес сухой ромашки равен $0,2 / 0,8 = 0,25$ кг. **(7 баллов)**

б) Из 250 грамм ромашки лекарственной Р.О. Машкова получит $250 / 50 = 5$ упаковок **(1балл)**

в) Ежедневная выручка = $R_{\text{продажи}} \cdot Q = 120 \cdot 5 = 600$ руб. **(1 балл)**

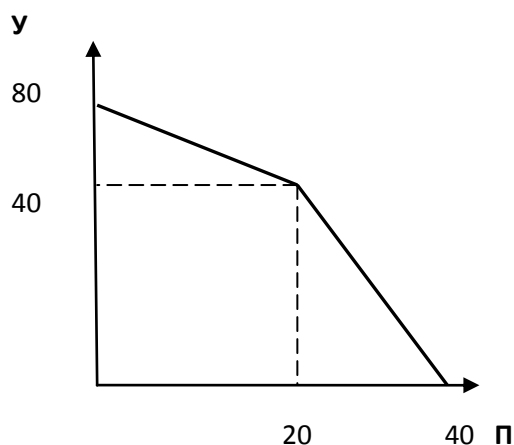
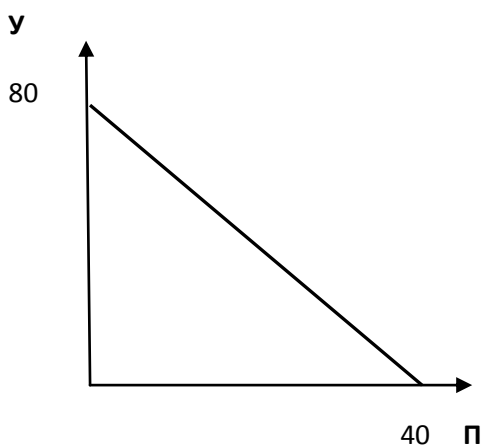
г) Ежедневная прибыль = (Выручка - Издержки = $600 - 200 = 400$ рублей

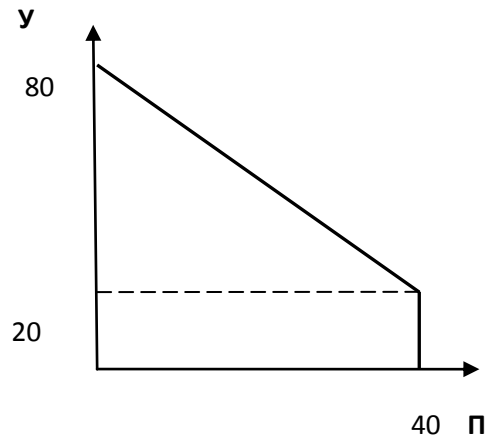
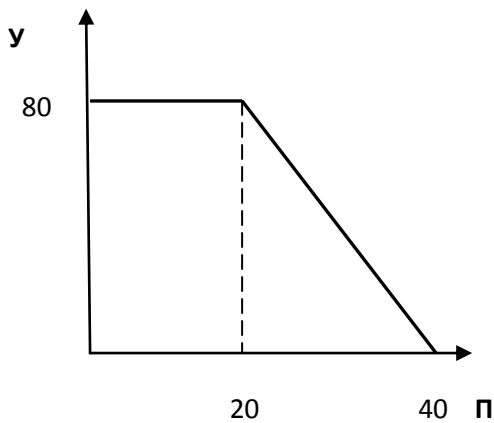
Месячная прибыль = ежедневная прибыль $\cdot 30 = 400 \cdot 30 = 12000$ рублей **(1 балл)**

Ответ: а) Максим заработает за месяц 6000 рублей. б) прибыль пенсионерки за месяц 12000 рублей.

Задача 5 (25 баллов)

Ксюша только недавно начала изучать экономику в школе. А прошлым летом Ксюша гостила у своего дяди. Дядя Ксюши - фермер, он разводит перепелов и уток. Утки несут яйца круглый год, а перепелки, только в относительно теплое время года. Если дядя будет разводить только уток, то сможет произвести 80 тыс штук яиц в год, а если только перепелов, то 40 тыс штук. Ксюша построила несколько вариантов кривой производственных возможностей дядиной фермы (КПВ). Но, сомневается, есть ли среди них правильный. 1) Помогите, пожалуйста, найти правильный вариант КПВ, если Ксюша уверена, что альтернативную стоимость она рассчитала верно **(5 баллов)**. Ответ обоснуйте **(5 баллов)**.



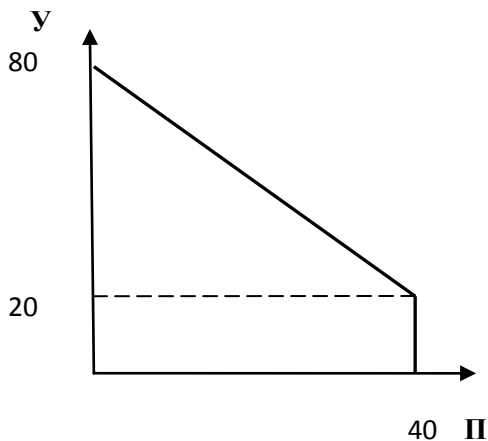


2) Недавно дядя обратился к Ксюше за советом. Последнее время он испытывает материальные затруднения и больше 100 тыс рублей вложить в производство не сможет. На производство одного утиного яйца расходы составляют 2 руб, а на перепелиное яйцо 1 руб. Постройте новую КПВ фермера (10 баллов).

3) Дяде предложили заключить выгодный договор на производство 26 тыс утиных яиц в год. Помогите, пожалуйста, Ксюше ответить на вопрос дяди, на какое максимальное количество перепелиных яиц в год он может заключить дополнительный договор (5 баллов).

Решение:

1) Среди приведенных КПВ есть верная.



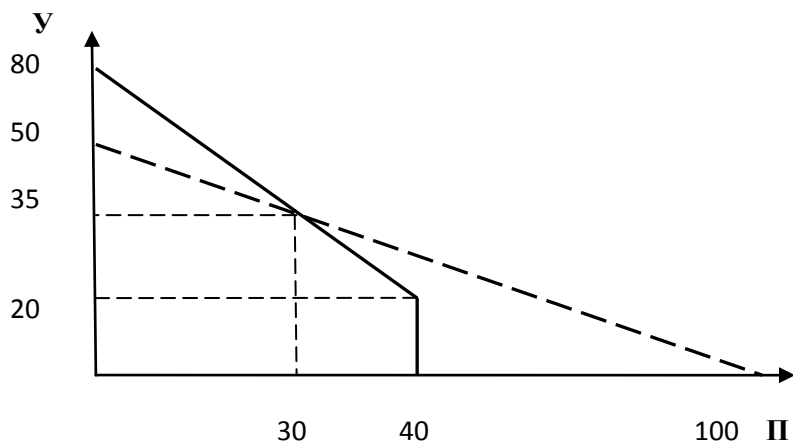
1) В холодное время года, когда не несутся перепела альтернативная стоимость (АС) производства 1 утиного яйца равна 0. Т.е. можно произвести некоторое количество утиных яиц (на КПВ видно, что это количество 20 тыс штук) без сокращения возможностей производства перепелиных.

Но, в теплое время года альтернативная стоимость производства дополнительного утиного яйца равна $AC = 40 / (80 - 20) = 2/3$ перепелиного яйца

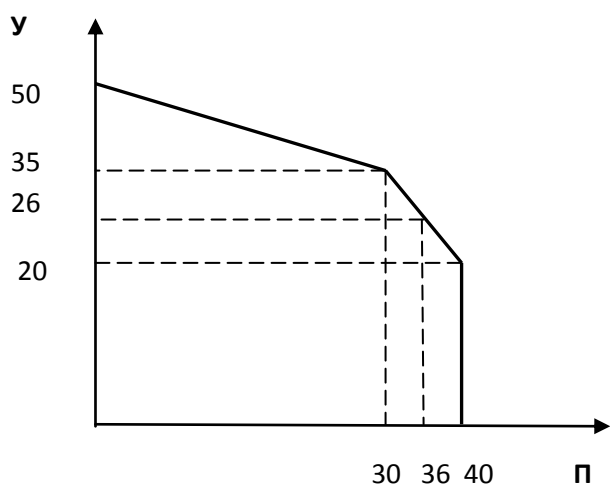
(за выбор КПВ 5 баллов , за обоснование 5 баллов)

2) Запишем бюджетное ограничение доход = $P_y \cdot Q_y + P_p \cdot Q_p$: $100 = 2 \cdot Q_y + 1 \cdot Q_p$ Добавим график бюджетного ограничения на выбранную модель КПВ (см. рис ниже).

Найдем координаты точек излома новой КПВ: а) функция убывающего участка КПВ имеет вид $Q_y = 80 - 1,5Q_p$. Найдем точку пересечения КПВ и бюджетного ограничения: $80 - 1,5Q_p = 50 - 0,5Q_p$, отсюда $Q_p = 30, Q_y = 35$ б) другая точка излома не изменилась, т.е. $Q_p = 40, Q_y = 20$ б) выберем участки, принадлежащие новой КПВ. Максимальное количество утиных яиц теперь только 50 тыс штук, т.к. бюджетное ограничение не позволит производить 80 тыс шт.



Новая КПВ имеет вид (10 баллов, в том числе за бюджетное ограничение 2 балла, по 2 балла за каждую правильно найденную точку на КПВ, т.е. $4 \cdot 2 = 8$ баллов)



Найдем, какое количество перепелиных яиц может произвести фермер, заключит договор на производство 26 тыс утиных яиц. Это значение принадлежит участку КПВ описанному функцией $Q_y = 80 - 1,5Q_p$, отсюда $26 = 80 - 1,5Q_p$, $Q_p = 36$ тыс штук. (5 баллов)

Ответ: 3) $Q_p = 36$ тыс штук.